

Як досягти успіху в математичних дослідженнях

Павло Етінгоф

Рецепт успіху в математичних дослідженнях був би смішним оксюмороном, оскільки це квінтесенція творчого процесу. Але я хотів би дати кілька порад для тих, хто робить перші кроки цим захоплюючим шляхом.

1. Будьте впертими і водночас гнучкими. У математичних дослідженнях, на відміну від олімпіад, розв'язування задачі займає тижні і місяці, а не години, і немає миттєвого задоволення. Тим не менш, ви не хочете довго ламати голову без прогресу, якщо ви застрягли. Зверніться за допомогою або перейдіть до іншої проблеми!

2. Будьте прагнучими до знань. Якщо ви не досягли прогресу у своїй проблемі, але натомість чогось навчилися, тоді насправді ви досягли прогресу. Окрім того, що саме по собі це є інтелектуальною винагородою, навчання в кінці кінців завжди окупається і в практичному плані

– воно допомагає вам отримувати кращі результати. Шукайте напрямки досліджень, які змусять вас чогось навчитися! Чим більше ви навчитеся отримувати задоволення від процесу заняття математикою (а не тільки від результату), тим кращим ви будете математиком.

3. Математичні дослідження по суті є соціальною діяльністю. Багато обговорюйте, шукайте допомоги/поради/відгуку від інших, а не застрягайте надовго.

4. Розділіть проблему на невеликі кроки або попросіть свого наставника зробити це для вас. Ви хочете, щоб у вашому порядку денному завжди було щось здійсненне.

5. Розглядайте приклади. Знайдіть найпростіший приклад, який демонструє явище що вас цікавить (принцип Гельфанда). Крім того, відстеження доведення за допомогою найпростішого нетривіального прикладу є чудовим способом перевірки цього доведення. Він часто виявляє тонкі помилки, які важче побачити в більш

загальному контексті, або способи різко спростити доведення, визначивши зайві частини.

6. Думайте над кількома питаннями, щоб ви могли переключитися з одного на інше.

7. Користуйтеся Інтернетом (Вікіпедія зазвичай добре підходить для математики, хоча з нею потрібно бути обережним). Також часто є корисним пошук за ключовими словами у Google (або Google Scholar). Але ви повинні знати правильні ключові слова, і іноді потрібно трохи подумати, щоб їх придумати! Також хорошим джерелом є MathOverflow, де ви можете поставити запитання, а професійні математики дадуть на нього відповідь в Інтернеті. Але переконайтеся, що ваше запитання правильно сформульовано, згідно з правилами MathOverflow!

8. Використовуйте аналогії. Математичних задач багато, але методів для їх розв'язання набагато менше. Таким чином, метод, використаний в одній задачі, може також працювати в іншій, аналогічній.

9. Робіть комп'ютерні тести, шукайте закономірності в даних, робіть припущення. Онлайнова енциклопедія цілих послідовностей (OEIS) часто буває корисною. Вона має розширений інструмент під назвою Superseeker, який шукає закономірності.

10. По можливості підтверджуйте свої результати та доведення комп'ютерними обчисленнями, щоб уникнути помилок.

11. Завжди добре записуйте те, що ви робите (бажано в LaTeX). Хороша бухгалтерія є важливою частиною математики!

12. Намагайтеся писати чітко і коротко, в логічній послідовності. Математичний текст повинен бути високо структурованим. Хороший засіб писати, принаймні

для початківців, — писати так, щоб кожен фрагмент тексту був визначенням, лемою, теоремою, доведенням, зауваженням, прикладом, запитанням, припущенням, тощо, щоб текст був розбитий на невеликі шматочки, а вільний текст, який не відноситься до жодної з цих категорій, був зведений до мінімуму. Про кожен фрагмент тексту має бути зрозуміло, який його статус. Після написання текст слід кілька разів вчитувати та відредагувати.

13. Намагайтеся якомога краще зрозуміти твердження та доведення результатів, які ви використовуєте. Це не тільки чесніше та надійніше, але й дасть вам більше можливостей у вирішенні проблеми, з якою ви маєте справу.

14. Будьте мотивовані та керуйтеся красою та гармонією. Це найважливіша мотивація в математиці. Якщо у вас є доведення, але воно вам не подобається, якщо

воно здається потворним, набагато більша ймовірність, що воно насправді неправильне. І навіть якщо це правильно, воно, ймовірно, стане набагато простішим або потужнішим, і ви чогось дізнаєтеся, якщо спробуєте краще зрозуміти речі, щоб написати краще доведення. Варто спробувати краще зрозуміти те, що ви вже певною мірою розумієте, а не стрибати вперед до абсолютно нових речей. Хоча це, здавалося б, уповільнює процес, ви, безсумнівно, компенсуєте це і будете винагороджені далі.

15. Слухайте своє серце. Як і в усіх важливих речах у житті, те, чого ви хочете і про що мрієте, є найважливішим. Спробуйте знайти свій власний голос. Головна суть математичного дослідження — щоб ви отримували задоволення!